

الامتحان الأول في مقياس استخضاع الأنظمة الخطية

I. ليكن النظام الممثل بالمعادلة التفاضلية التالية $y(t)^{(2)} - 4y(t) = x(t)$

8 pts

(1) أثبت ان هذا النظام خطي

(2) أوجد عبارة $y(t)$ علما أن $x(t) = t^2 u(t)$ و $y(0) = 0, y'(0) = 0$

II. أرسم مخطط *Black - Nichols* للنظام المعروف بدالة التحويل

7 pts

$$G(p) = \frac{1}{p^2 + 2p + 1}$$

III. انطلاقا من المنحنى الممثل للاستجابة الدرجية $s(t)$ لنظام خطي من الدرجة الثانية استخرجنا القيم

التالية

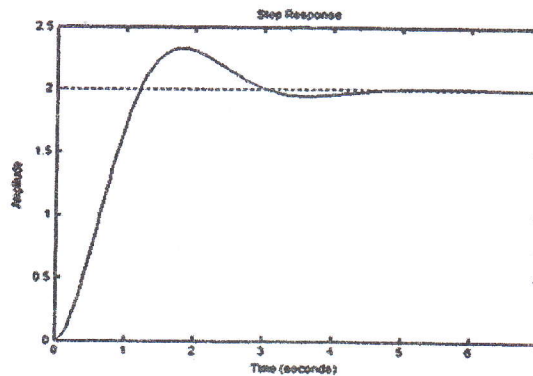
$$s(\infty) = 2 \quad D(\%) = 16.3 \quad T_p = 3.6276 \text{ s}$$

$$t_m = 0.82 \text{ s} \quad t_r = 2.64 \text{ s} \quad t_p = 1.8 \text{ s}$$

5 pts

(1) اذكر أسماء هذه المقادير وطريقة حسابها أو تعيينها.

(2) استنتج دالة تحويل النظام



الحل النموذجي للاختبار الأول

$$\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) = (\alpha y_1(t) + \beta y_2(t))' - 4(\alpha y_1(t) + \beta y_2(t)) \quad (1.18) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1(t) \rightarrow y_1(t) - I \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{cases}$$

النظام خطي

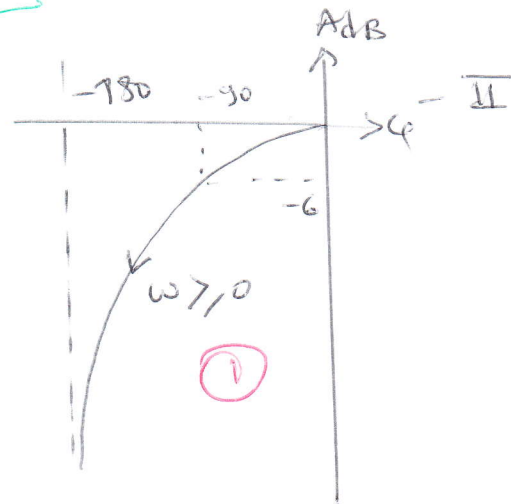
ليجاد مخرج النظام من أجل $x(t) = t^2 u(t)$

$$\mathcal{L}(y'' - 4y = x) \Rightarrow y(p) = \frac{X(p)}{p^2 - 4}, \quad X(p) = 2/p^3 \quad (0.11)$$

$$\Rightarrow y(p) = \frac{2}{p^2(p^2 - 4)} = \frac{-0.15}{p^3} - \frac{1/8}{p} + \frac{1/16}{p-2} + \frac{1/16}{p+2} \quad (3.155)$$

$$\Rightarrow y(t) = -\frac{t^2}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} (e^{2t} + e^{-2t}) \quad t \geq 0 \quad (1)$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega)^2} \quad (0.1) \quad A_{dB} = -20 \lg(1+\omega^2) \quad (1.15) \\ \varphi = -2 \operatorname{Arctg}(\omega) \quad (1)$$



ω	0	1	10	100	∞
A_{dB}	0	-6.02	-20	-80	$-\infty$
φ	0	-90	-168.6	-178.8	-180

$$S(\omega) = k = 2 \quad (0.15)$$

$$D = 0.326 = k \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad (0.178)$$

$$\Rightarrow \xi = 1/2 \quad (0.125)$$

$$\omega_0 = \omega_p / \sqrt{1-\xi^2} = 2 \text{ rad/s} \quad (0.125)$$

$$H(p) = \frac{8}{p^2 + 2p + 4} \quad (0.18)$$

III - القيمة النهائية $s(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p S(p)$ (0.175)

PI - نسبة الجأوز الأول $\frac{S_{max} - S_{\infty}}{S_{\infty}}$ (0.178)

TP - نسبة الدور $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$ (0.178)

t_m - زمن الصعود $t_m = t_{s_{90\%}} - t_{s_{10\%}}$ (0.15)

t_2 - زمن الاستجابة $S(t_2) = 0.95 \times S(\infty)$ (0.18)

t_p - زمن حدوث أول تجاوز (الذروة الأولى)
كسقاط S_{max} على محور الفواصل (0.15)